

SPIEGLEIN. SPIEGLEIN IN DER HAND

Thema: Anzahlen verdoppeln, vervielfachen
Klasse: 1. Klasse und EK 1 (Zahlenbuch 1 ab S. 30)
Material: ein (evt. zwei) Spiegel je Kind, Legeplättchen, Würfel, Dominosteine, A4-Blätter
Dauer: 2 Lektionen
Bearbeitung: S. Tschopp, I. Frey, B. Welsche, A. Murmann, E. Hengartner (01.02)

Aufgabe

Verdoppeln mit einem Spiegel – Vervielfachen mit zwei Spiegeln

Legt Plättchen vor den Spiegel.

Wie viele ihr legt, könnt ihr selber wählen.

Legt sie so, dass ihr auf einen Blick seht, wie viele es sind.

Nennt die Anzahlen vor dem Spiegel, im Spiegel und zusammen.

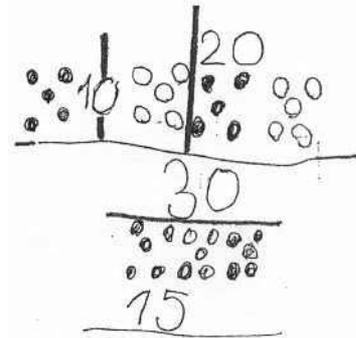
Notiert, was ihr seht - mit Zeichnung und Zahlen
oder nur mit Zahlen.

$$3+3=6$$

$$5+5=10$$

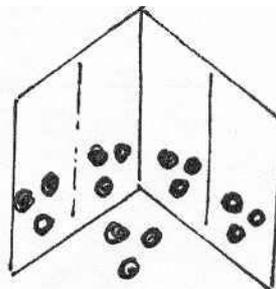
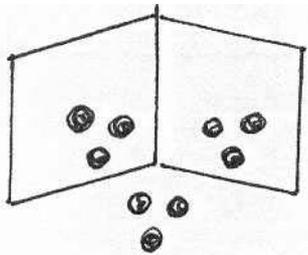
$$10+10=20$$

+



Ihr könnt auch zwei Spiegel nehmen:

Was ihr vor die Spiegel legt, seht ihr nun mehrfach –
zusammen dreimal oder sogar fünfmal.

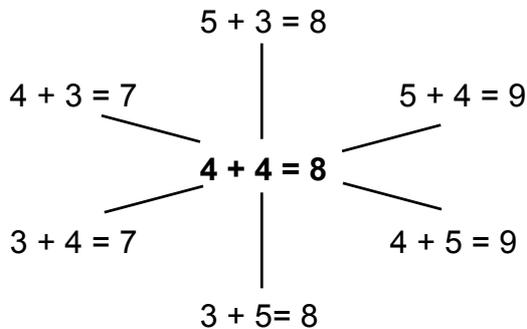


Ihr könnt auch ohne Spiegel Aufgaben rechnen und aufschreiben –
einfache und schwierige Beispiele.

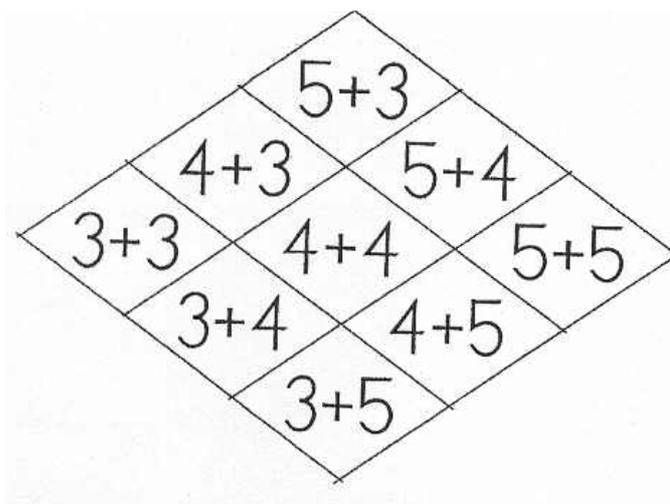
Worum es geht?

Verdoppeln ist für viele Kinder ein von ihnen bevorzugter Zugang zu den Zahlen. Die Verdoppelungsaufgaben gehören zu den Kernaufgaben des kleinen Einpluseins. Man kann von ihnen aus zahlreiche Nachbareaufgaben operativ herleiten.

Beispiel für Nachbareaufgaben von 4 plus 4:



Auf der Plustafel erscheinen diese Aufgaben auf benachbarten Feldern von 4 plus 4:



Mit dem Spiegeln ist die Anschauung gegeben. Die Kinder erkennen die gleiche Anzahl im Spiegel wie vor dem Spiegel und addieren zweimal die gleiche Zahl. Sie notieren dies zeichnerisch und mit Zahlen, mit oder ohne Pluszeichen.

Wesentlich anspruchsvoller ist das Verdreifachen und Verfünffachen mit zwei Spiegeln – auch im Hinblick auf die Notation.

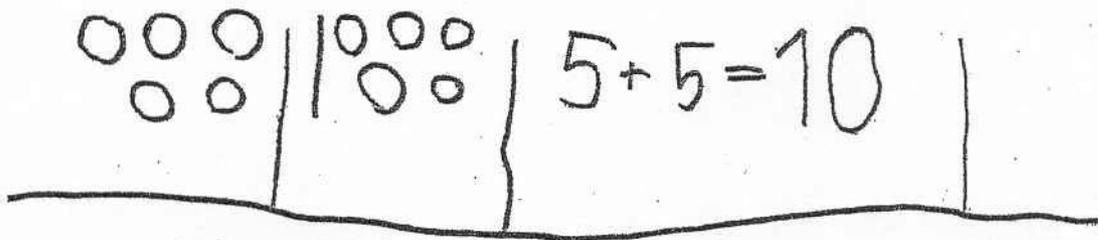
Wie kann man vorgehen?

Die Kinder arbeiten in der Regel gern mit dem Spiegel. Man sollte zuerst spielerisch mit ihm umgehen und Aufgaben stellen, wie sie im Zahlenbuch 1 auf Seite 30 vorgesehen sind: „Was der Spiegel alles kann?“ – nämlich verlängern, etwas Kaputtes wieder ganz machen, die Schrift auf den Kopf stellen usw.

Die Einführung der Lernumgebung „Spieglein, Spieglein in der Hand“ geschieht am besten im Halbkreis; man braucht einen grossen Spiegel, dazu grosse Plättchen (z.B. die Magnetplättchen). Wichtig ist es, die Kinder anzuhalten, die Plättchen

geordnet so vor den Spiegel zu legen, dass man *auf einen Blick* sieht, wie viele es sind. (Dazu gibt es eine besondere Lernumgebung, welche der Spiegelaufgabe voraus gehen sollte.) Durch strukturierte Anzahldarstellung wird blosses Zählen eher überwunden. Wir möchten ja das Verdoppeln fördern, nicht das Zählen vor und im Spiegel.

Die Kinder müssen formulieren können, wie viele Plättchen vor und wie viele im Spiegel zu sehen sind und wie viele es insgesamt sind. Es war für die Kinder einfacher, wenn eine gemeinsame Notationsform erarbeitet oder vorgeschlagen wurde. Die Kinder durften aber auch eigene Formen der Darstellung finden. Hier die Darstellung eines Schülers der ersten Einschulungsklasse:



Zunächst arbeiten die Kinder mit *einem* Spiegel. Wir haben sie darauf hingewiesen, dass sie auch ohne Spiegel rechnen können, wenn sie mit grösseren Zahlen rechnen wollen. Einige der schnelleren Kinder haben ohne Spiegel gearbeitet, weil dieser beim Verdoppeln grösserer Zahlen hinderlich sei.

Eine Erweiterung ist a. das Vervielfachen mit zwei Spiegeln (sh. Dokumente aus Thalheim) und b. das fortgesetzte Verdoppeln gespiegelter Anzahlen (sh. Dokumente aus Lupsingen). Auch hier muss man über eine geeignete Darstellung sprechen und sie finden.

Wie könnte es weitergehen?

- Es werden anstelle von Plättchen andere Materialien gespiegelt: Würfelaugen, Frankenstücke, Nüsse, Dominosteine... Bei Dominosteinen werden zwei Summanden verdoppelt und es entsteht die verdoppelte Summe.
- Zu Verdoppelungsaufgaben werden je vier bis fünf Nachbaraufgaben notiert.
- Die Kinder erfinden oder erhalten Aufgabenpäcklein und verdoppeln anschliessend beide Summanden. Beispiel:

$$\begin{array}{ll} 2 + 3 = \dots & 4 + 6 = \dots \\ 4 + 5 = \dots & 8 + 10 = \dots \\ 5 + 7 = \dots & 10 + 14 = \dots \end{array}$$

Die neu entstandenen Rechnungen können – je nach Fähigkeiten - nochmals verdoppelt werden.

Dokumente aus einer Einschulungsklasse

Sefa hat zwei, drei und ein Plättchen gespiegelt und die Verdoppelungen in Zeichnungen und mit Zahlen festgehalten. Sie brauchte die Zeit vor allem zum Experimentieren.

Spieglein
Spieglein in der Hand... Name: S E F A

Two circles, a box containing two circles, an arrow, and four circles.

$$2 + 2 = 4$$

Three circles, a box containing three circles, an arrow, and six circles.

$$3 + 3 = 6$$

One circle, a box containing one circle, an arrow, and two circles.

$$1 + 1 = 2$$

Elisa hat bald einmal den Spiegel beiseite gelegt und Zahlen im Kopf verdoppelt. Beim zweitletzten Ergebnis schreibt sie 43 statt 34; sonst sind alle Ergebnisse richtig.

Name: ELISA

$$6 + 6 = 12$$

$$3 + 3 = 6$$

$$8 + 8 = 16$$

$$9 + 9 = 18$$

$$13 + 13 = 26$$

$$18 + 18 = 36$$

$$21 + 21 = 42$$

$$15 + 15 = 30$$

$$14 + 14 = 28$$

$$20 + 20 = 40$$

$$16 + 16 = 32$$

$$10 + 10 = 20$$

$$17 + 17 = 34$$

$$32 + 32 = 64$$

Janosch hat den Spiegel ebenfalls bald beiseite gelegt. Ihn faszinieren grosse Zahlen über Zehner, Hunderter, Tausender bis zur Milliarde. Ob er nur Nullen anhängt? Wir wollten seine Fähigkeit testen und stellten ihm die Aufgabe 600 plus 600: Er löst sie richtig und fügt als weitere Aufgabe noch 700 plus 700 hinzu.

Name: Janosch

①	②	③	④
$10 + 10 = 20$	$8 + 8 = 16$	$2 + 2 = 4$	$5 + 5 = 10$

⑤

$$20 + 20 = 40$$

$$100 + 100 = 200$$

$$40 + 40 = 80$$

$$1000 + 1000 = 2000$$

$$13 + 13 = 26$$

$$1000000000 + 1000000000 =$$

$$2000000000$$

$$1000000000 + 1000000000 = 2000000000$$

$$100 + 100 = 200$$

$$600 + 600 = 1200$$

$$700 + 700 = 1400$$

Dokumente auch mit zwei Spiegeln aus der 1. Klasse in Thalheim

Reto trennt die beiden Summanden mit einem Spiegelstrich und verdoppelt schrittweise die Zahlen von 5 bis 17.

Dann verdreifacht er Anzahlen von Plättchen, wiederum schrittweise von 2 bis 9. Die zwei Spiegel zeichnet er bildlich zwischen die Anzahl gelegter Plättchen und die Ergebnisse. Diese enthalten die Dreierzahlen.

Name: RETO
 SPIEGELN; SPIEGELN IN DER HAND

5 5 10	12 12 24	2 6
6 6 12	13 13 26	3 9
7 7 14	14 14 28	4 12
8 8 16	15 15 30	5 15
9 9 18	16 16 32	6 18
10 10 20	17 17 34	7 21
11 11 22		8 24
		9 27

Cédric hat zwar Mühe mit der Darstellung – sie gibt ein fast chaotisches Bild. Aber seine Aufgaben sind spannend: Er verdoppelt ein- und zweistellige Zahlen, dann je einen Zehner, einen Hunderter, einen Tausender und eine Million – aber auch ein „x“, eine „0“ oder einen Pfeil. Er schreibt an einer Stelle 51 statt 15 und dreht auch mal die Ziffer 2 um; im übrigen sind seine Ergebnisse aber alle richtig!

Name: CÉDRIC
 SPIEGELN; SPIEGELN IN DER HAND

6000000 + 6000000 = 12000000

22 11 + 11 100 + 100 = 200

~~7 + x~~ 9 + 9 18

10 + 0 = 0 ~~8 + 8~~ 16 1000 + 1000 = 2000

48 24 + 24 22 + 22 4 + 4 = 8

51 + 51 = 102 23 + 23 46 7 + 7 = 14

1 + 1 = 2 23 + 23 3 + 3 = 6

2 + 2 = 4 10 + 10 = 20

10000000 + 10000000 = 20000000

Fortgesetztes Verdoppeln: Dokumente der 1. Klasse aus Lupsingen

Die Lehrerin (Salome) regte die Kinder an, die verdoppelten Zahlen weiter zu verdoppeln – mit oder ohne Spiegel. Alle Kinder sind auf diese Idee einer fortgesetzten Verdoppelung eingestiegen. Die Dokumente weisen auf ein breites Spektrum, was die Anschauung, das Zahlverständnis und die Anzahl Lösungen betrifft.

SELINA.

TAMARA

DEWISE

Julia

~~7~~ 7 | 14 | 28 | 56

10 | 10 | 20 | 40

3 | 3 | 6 |

~~4~~ 4 | 8 | 16

2 | 2 | 4 | 8

1 | 1 | 2 | 4

3 | 3 | 6 | 12

CELINE

3 | 3 | 6 | 12 | 24 | 48

JB Janick

7 | 7 | 14 | 28 | 56

14 | 14 | 28 | 56

7 | 7 | 14 | 28 | 56

10 | 10 | 20 | 40

5 | 5 | 10

4 | 4 | 8 | 16 | 32

11 | 11 | 22 | 44

12 | 12 | 24

13 | 13 | 26

100 | 100 | 200 | 400 | 800

5000 | 5000 | 20000

10 | 10 | 20

C.D. Cordula

2 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32

10 | 10 | 20 | 40 | 80

7 | 7 | 14 | 28 | 56

3 | 3 | 6 | 12 | 24

4 | 4 | 8 | 16 | 32

100 | 100 | 200 | 400 | 800 | 1600

20 | 20 | 40 | 80

5 | 5 | 10 | 20 | 40 | 80

7 | 7 | 14 | 28 | 56 | 112

200 | 200 | 400

400 | 400 | 800 | 1600 | 3200